Calculer sur chaque coordonnée

EXERCICES 1 ET 2 | Repères orthonormés et vecteurs en gras

Exercice 1 - Coordonnées et norme

1. **AB** = (4 − (−2) ; 9 − 1) = **(6 ; 8)**. En inversant le sens, **BA** = **(−6 ; −8)**.

2. AB = √(6² + 8²) = √100 = **10**.

3. On divise les coordonnées de **AB** par sa norme : (6/10 ; 8/10) = **(3/5 ; 4/5)**. Sa norme vaut √(9/25 + 16/25) = 1.

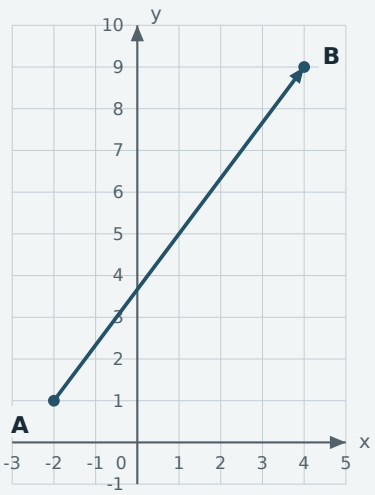
Exercice 2 - Combinaison de vecteurs

1. **u** + **v** = (2 − 1 ; −3 + 4) = **(1 ; 1)**.

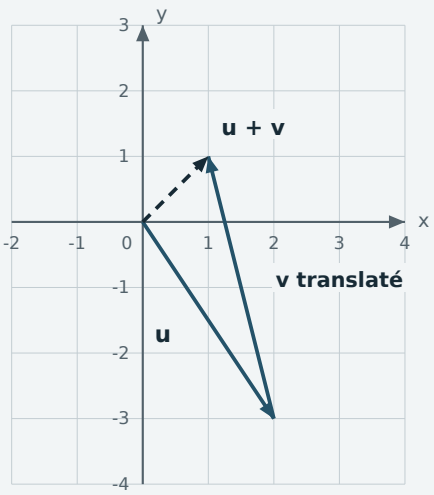
2. 2**u** = (4 ; −6) et 3**v** = (−3 ; 12). Donc 2**u** − 3**v** = (4 − (−3) ; −6 − 12) = **(7 ; −18)**.

3. La première coordonnée impose 2k = −6, donc **k = −3**. On vérifie la deuxième : (−3) × (−3) = 9. Les deux coordonnées conviennent.

Ex. 1 : de A vers B



Ex. 2 : addition u + v



Les signes et les coordonnées à vérifier

Respecter le sens et l’ordre des points

EXERCICES 3 ET 4 | Simplifier puis démontrer

Exercice 3 - Simplifier avec Chasles

1. On réordonne : **AB** + **BC** + **CD** = **AC** + **CD** = **AD**.

2. On remplace −**AC** par **CA**, puis on réordonne : **CA** + **AB** = **CB**.

3. MA + **AB** + **BM** = **MB** + **BM** = **MM** = **0**. Le trajet revient au point de départ.

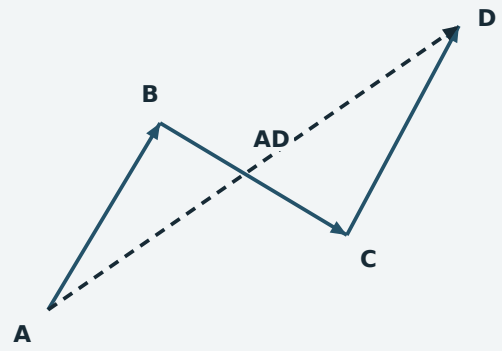
Exercice 4 - Compléter un parallélogramme

1. AB = (4 ; 1) et **AD** = (1 ; 3). Le déterminant vaut 4 × 3 − 1 × 1 = **11 ≠ 0** : les points ne sont pas alignés.

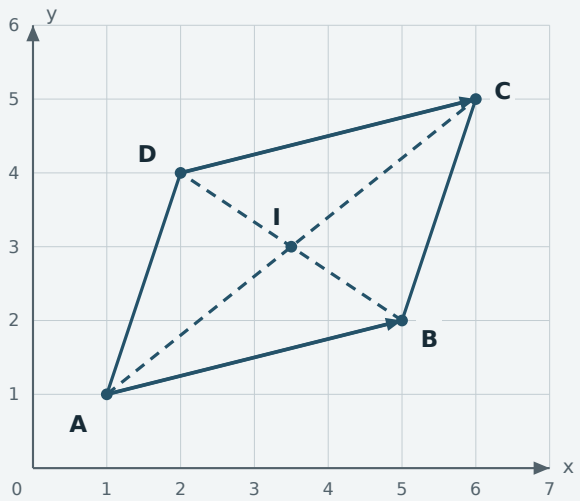
2. On veut **DC** = **AB** = (4 ; 1). Donc $x_C - 2 = 4$ et $y_C - 4 = 1$: **C(6 ; 5)**.

3. Le milieu de [AC] est ((1 + 6)/2 ; (1 + 5)/2) = (7/2 ; 3). Le milieu de [BD] est ((5 + 2)/2 ; (2 + 4)/2) = **(7/2 ; 3)**. Les diagonales se coupent bien en leur milieu.

Ex. 3 : le trajet de A à D



Ex. 4 : parallélogramme



Pourquoi AB − AC donne le vecteur CB

Utiliser la colinéarité

EXERCICES 5 ET 6 | Un déterminant nul ou un coefficient commun

Exercice 5 - Démontrer un alignement

1. **AB** = (2 ; 4), **AC** = (4 ; 8). Leur déterminant vaut $2 \times 8 - 4 \times 4 = 0$: **A, B et C sont alignés**. On pouvait aussi constater que **AC** = 2**AB**.

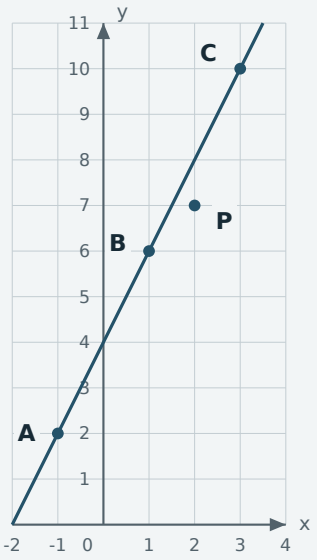
2. **AP** = (3 ; 5). Le déterminant de **AB** et **AP** vaut $2 \times 5 - 4 \times 3 = -2 \neq 0$. Donc **P n'appartient pas à (AB)**.

Exercice 6 - Colinéarité avec un paramètre

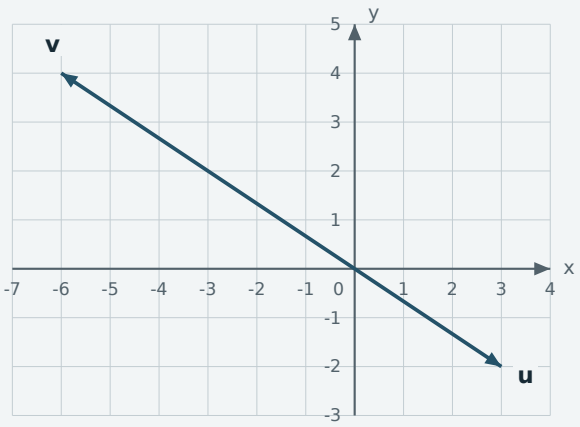
1. Le déterminant doit être nul : $3 \times 4 - (-2) \times t = 0$, soit $12 + 2t = 0$. Donc **t = −6**.

2. **v** = (−6 ; 4) = −2(3 ; −2), donc **v = −2u**. Les deux vecteurs ont des sens contraires.

Ex. 5 : alignement



Ex. 6 : v = −2u



La conclusion à écrire après le calcul

Relier les calculs à la géométrie

EXERCICES 7 ET 8 | Relation vectorielle et équations de droites

Exercice 7 - Milieu et relation vectorielle

1. Comme M est le milieu de [BC], **BM** = **BC**/2. Par Chasles, **AM** = **AB** + **BM** = **AB** + **BC**/2.

Or **BC** = **BA** + **AC** = −**AB** + **AC**. En remplaçant, **AM** = **AB** − **AB**/2 + **AC**/2 = **(AB + AC)/2**.

2. M((−2 + 6)/2 ; (3 + 5)/2) = M(2 ; 4), donc **AM** = (0 ; 5). Par ailleurs, **AB** = (−4 ; 4) et **AC** = (4 ; 6). Leur demi-somme est (0/2 ; 10/2) = **(0 ; 5)**.

L'égalité porte sur des vecteurs. Elle n'affirme pas que la longueur AM vaut (AB + AC)/2.

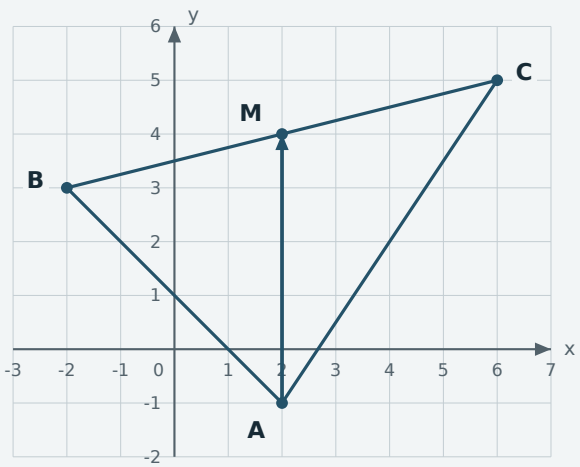
Exercice 8 - Droite, parallèle et intersection

1. AB = (3 ; 2). Un point M(x ; y) appartient à (AB) si 3(y − 1) − 2(x − 2) = 0, soit **2x − 3y − 1 = 0**.

2. Un vecteur directeur de d′ est (6 ; 4) = 2(3 ; 2). Les droites sont parallèles. Mais A n'appartient pas à d′ car 4 × 2 − 6 × 1 + 5 = 7 ≠ 0 : elles sont donc **distinctes**.

3. Pour x = −1, l'équation de (AB) devient −2 − 3y − 1 = 0, donc y = −1. Le point d'intersection est **I(−1 ; −1)**.

Ex. 7 : milieu et vecteur AM



Ex. 8 : les trois droites

