

Faire correspondre les bons côtés

EXERCICES 1 À 3 | Même ordre dans chaque rapport

Exercice 1 - Écrire les bons rapports

Les droites (RS) et (RT) sont sécantes en R. Les points R, U, S et R, V, T sont alignés dans ces ordres, avec (UV) parallèle à (ST).

D'après le théorème de Thalès : $\mathbf{RU / RS = RV / RT = UV / ST}$.

Les côtés correspondants sont RU et RS, RV et RT, puis UV et ST. Inverser tous les rapports donnerait une autre écriture correcte.

Exercice 2 - Calculer deux longueurs

Les points A, M, B et A, N, C sont alignés, et (MN) est parallèle à (BC). D'après Thalès : $AM / AB = AN / AC = MN / BC$.

Donc $4 / 10 = 3 / AC = MN / 7,5$.

$AC = (3 \times 10) / 4 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$.

$MN = (4 \times 7,5) / 10 = \mathbf{3 \text{ cm}}$.

Le coefficient de réduction vaut 0,4 : les résultats respectent bien cette proportion.

Exercice 3 - Reconstituer une longueur totale

M est entre D et E, donc $DE = DM + ME = 5 + 3 = \mathbf{8 \text{ cm}}$.

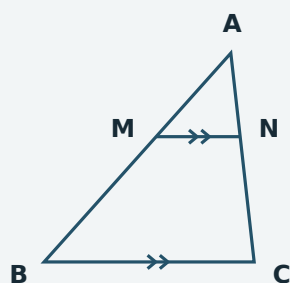
Les alignements et le parallélisme permettent d'appliquer Thalès : $DM / DE = DN / DF = MN / EF$, soit $5 / 8 = 6 / DF = MN / 12$.

$DF = (6 \times 8) / 5 = \mathbf{9,6 \text{ cm}}$.

$MN = (5 \times 12) / 8 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$.

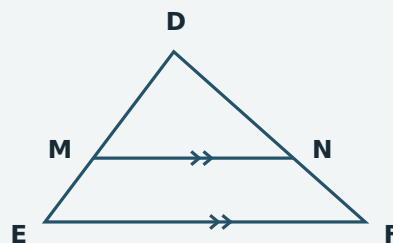
Le dénominateur est DE, la longueur depuis le sommet D. Utiliser ME à sa place comparerait les mauvais segments.

Exercice 2 : coefficient 0,4



$AC = 7,5 \text{ cm} ; MN = 3 \text{ cm}$

Exercice 3 : coefficient 5 / 8



$DF = 9,6 \text{ cm} ; MN = 7,5 \text{ cm}$

Vérifier les rapports et l'ordre des points

EXERCICES 4 À 6 | Théorème direct et réciproque

Exercice 4 - Calculer dans une configuration papillon

Dans cette configuration papillon, les alignements et le parallélisme permettent d'écrire, d'après Thalès : $AM / AB = AN / AC = MN / BC$.

Ainsi, $4 / 6 = 5 / AC = 7 / BC$.

$AC = (5 \times 6) / 4 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$.

$BC = (7 \times 6) / 4 = \mathbf{10,5 \text{ cm}}$.

A est entre M et B, donc $MB = MA + AB = 4 + 6 = \mathbf{10 \text{ cm}}$.

Exercice 5 - Démontrer un parallélisme

Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans ces ordres, car M et N appartiennent aux segments indiqués et leurs distances à A sont strictement comprises entre 0 et AB, ou entre 0 et AC.

$AM / AB = 4,2 / 7 = 0,6$ et $AN / AC = 5,4 / 9 = 0,6$.

Les rapports sont égaux. D'après la réciproque du théorème de Thalès, **(MN) et (BC) sont parallèles**.

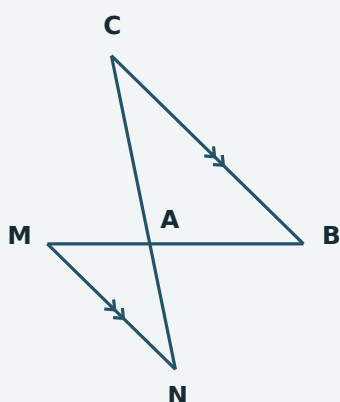
Exercice 6 - Utiliser la réciproque en papillon

Les points sont alignés dans les ordres M-A-B et N-A-C : les deux configurations sur les sécantes se correspondent.

$AM / AB = 2,4 / 4 = 0,6$ et $AN / AC = 3,6 / 6 = 0,6$.

L'égalité des rapports et les ordres compatibles permettent d'appliquer la réciproque de Thalès. Donc **(MN) et (BC) sont parallèles**.

Exercice 4 : configuration papillon



M - A - B

N - A - C

(MN) // (BC)

AM = 4 cm ; AB = 6 cm

AN = 5 cm ; MN = 7 cm

AC = 7,5 cm

BC = 10,5 cm

MB = 10 cm

Comparer sans arrondir trop tôt

EXERCICES 7 ET 8 | Non-parallélisme et agrandissement

Exercice 7 - Prouver que des droites ne sont pas parallèles

On compare $AM / AB = 5 / 8$ et $AN / AC = 4 / 6$. Les produits en croix valent $5 \times 6 = 30$ et $8 \times 4 = 32$. Ces fractions ne sont pas égales.

Si (MN) et (BC) étaient parallèles, Thalès imposerait leur égalité. Donc **(MN) et (BC) ne sont pas parallèles**, par la contraposée du théorème.

Exercice 8 - Prolongements et valeurs approchées

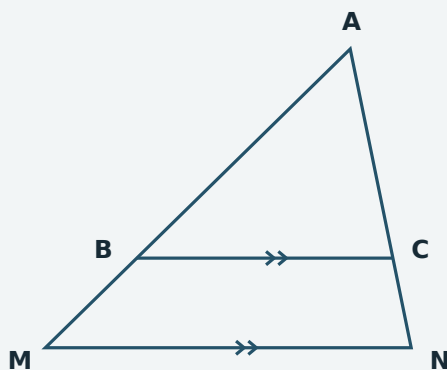
D'après Thalès, $AM / AB = AN / AC = MN / BC$, donc $10 / 7 = AN / 5 = MN / 6$.

$AN = (10 \times 5) / 7 = 50 / 7 \text{ cm} \approx 7,14 \text{ cm}$.

$MN = (10 \times 6) / 7 = 60 / 7 \text{ cm} \approx 8,57 \text{ cm}$.

Le coefficient $10 / 7$ dépasse 1. AN est bien plus grand que AC, et MN plus grand que BC. On conserve la fraction exacte jusqu'au dernier calcul.

Exercice 8 : points sur les prolongements



A - B - M

A - C - N

(BC) // (MN)

$AN = 50 / 7 \text{ cm} \approx 7,14 \text{ cm}$

$MN = 60 / 7 \text{ cm} \approx 8,57 \text{ cm}$

Les valeurs exactes à comparer avant de conclure

Appliquer le bon coefficient

EXERCICES 9 ET 10 | Aire réduite et hauteur estimée

Exercice 9 - Réduction et aire

La configuration de Thalès donne le coefficient $k = AM / AB = 10 / 15 = 2 / 3$.

$$MN = (2 / 3) \times 12 = \mathbf{8 \text{ cm}}.$$

Les aires sont multipliées par $k^2 = (2 / 3)^2 = 4 / 9$. L'aire de AMN vaut donc $(4 / 9) \times 72 = \mathbf{32 \text{ cm}^2}$.

Multiplier directement l'aire par $2 / 3$ serait faux : le coefficient des longueurs doit être mis au carré pour les aires.

Exercice 10 - Estimer la hauteur d'un arbre

On commence par convertir 80 cm en **0,80 m**.

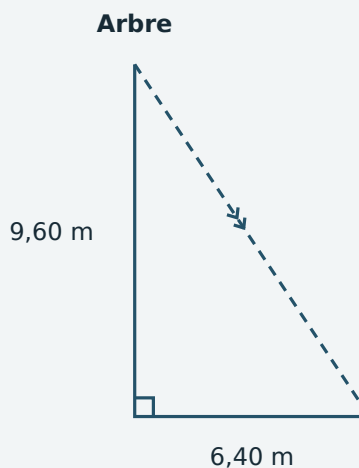
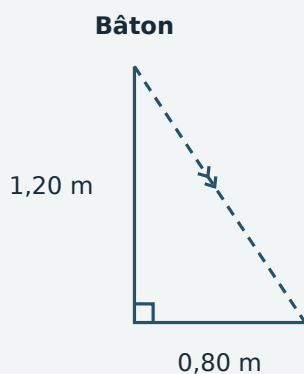
Dans le modèle décrit, les triangles formés par les hauteurs et les ombres sont rectangles et ont les mêmes angles. Les côtés correspondants sont donc proportionnels.

Si h est la hauteur de l'arbre en mètres : $h / 6,40 = 1,20 / 0,80$.

$h = (6,40 \times 1,20) / 0,80 = 9,60$. La hauteur de l'arbre est donc estimée à **9,60 m**.

L'ombre de l'arbre est huit fois plus longue que celle du bâton ; sa hauteur est donc huit fois plus grande dans ce modèle.

Exercice 10 : hauteurs, ombres et rayons parallèles



Schémas non à l'échelle. Le sol est horizontal dans les deux situations.

Calculer avant d'utiliser la proportion

EXERCICE 11 | Adapter les rapports à la position des lettres

Exercice 11 - Combiner Pythagore et Thalès

Première étape : calculer AC avec Pythagore. ABC est rectangle en B, donc $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$. Comme AC est une longueur, $AC = 10 \text{ cm}$.

Deuxième étape : utiliser Thalès. Les points A, M, C et A, N, B sont alignés, et (MN) est parallèle à (BC). D'après Thalès : $AM / AC = AN / AB = MN / CB$.

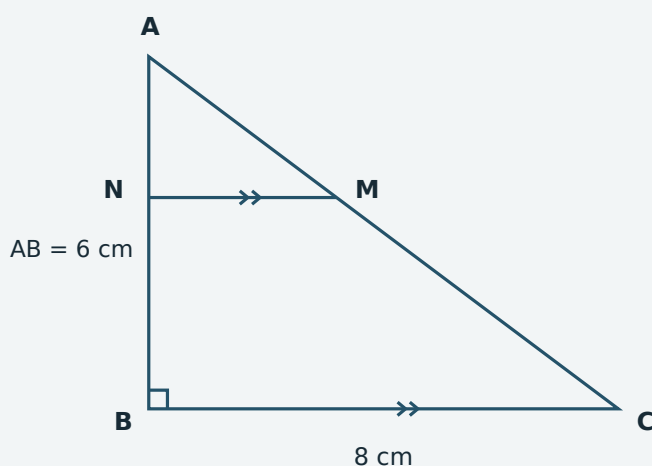
Ainsi, $4 / 10 = AN / 6 = MN / 8$.

$AN = (4 \times 6) / 10 = 2,4 \text{ cm}$.

$MN = (4 \times 8) / 10 = 3,2 \text{ cm}$.

Ici M est sur [AC] et N sur [AB] : les rapports sont adaptés à l'énoncé. Ils ne se recopient pas mécaniquement à partir des lettres d'un autre exercice.

Exercice 11 : attention à la position de M et de N



M appartient à [AC].

N appartient à [AB].

(MN) est parallèle à (BC).

AM = 4 cm.

AC = 10 cm

AN = 2,4 cm

MN = 3,2 cm

Les conditions à rappeler pour chacun des deux théorèmes

Démontrer, calculer, puis comparer

EXERCICE 12 | Une égalité approchée ne démontre pas un parallélisme

Exercice 12 - Synthèse : longueurs, parallélisme et arrondis

1. Longueurs et réciproque. $AM = AB - MB = 20 - 8 = 12$ cm. $AN = AC - NC = 25 - 10 = 15$ cm.

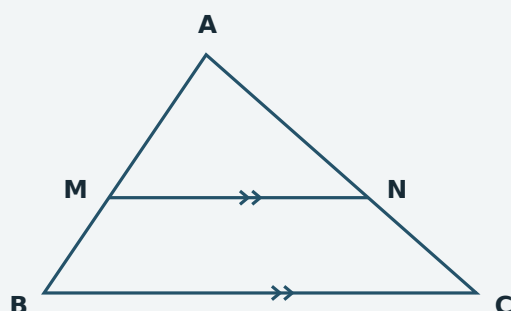
Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans ces ordres. De plus, $AM / AB = 12 / 20 = 3 / 5$ et $AN / AC = 15 / 25 = 3 / 5$. Par la réciproque de Thalès, **(MN) est parallèle à (BC)**.

2. Calcul avec le théorème direct. Le parallélisme étant démontré, Thalès donne $MN / BC = AM / AB = 3 / 5$. Donc $MN = 30 \times 3 / 5 = 18$ cm.

3. Comparaison exacte. $AP / AB = 16 / 20 = 0,8$, tandis que $AQ / AC = 20,1 / 25 = 0,804$. Les rapports sont différents. Par la contraposée de Thalès, **(PQ) et (BC) ne sont pas parallèles**.

Au centième, les deux rapports s'arrondissent à 0,80. Cet arrondi commun ne prouve aucune égalité : il masque la différence entre 0,8 et 0,804.

Exercice 12 : le parallélisme a été démontré



AM = 12 cm

AN = 15 cm

MN = 18 cm

Pour P et Q :

$AP / AB = 0,8$

$AQ / AC = 0,804$

Les rapports sont différents.

Pourquoi les valeurs arrondies ne suffisent pas