Contrôle sur le second degré

1 heure pour les 4 exercices | Sans cours ni calculatrice | Barème proposé sur 20

Nom : ..... Classe : ..... Date : .....

- Toutes les équations et inéquations sont à résoudre dans $\mathbb{R}$, sauf lorsqu'un domaine est précisé.
- Donne les valeurs exactes. Une approximation décimale ne remplace pas une réponse exacte.
- Justifie tes résultats : une formule, une factorisation, un tableau de signes ou un raisonnement doit accompagner la réponse.
- Toute méthode correcte est acceptée. La dérivation n'est pas nécessaire pour ce sujet.
- Les exercices sont indépendants : si tu bloques, passe au suivant et reviens ensuite à la question.

Organisation indicative : ex. 1, 12 min ; ex. 2, 16 min ; ex. 3, 12 min ; ex. 4, 15 min ; relecture, 5 min.

Exercice 1 - Résoudre quatre équations : 6 points

Résous les équations suivantes dans $\mathbb{R}$. Pour chacune, explique la méthode choisie et donne l'ensemble solution. Chaque question vaut **1,5 point**.

a. $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

b. $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

c. $x^2 + 4x + 7 = 0$.

d. $x^2 - 6x + 6 = 0$.

Étude d’un trinôme

SUJET - SUITE | 16 minutes indicatives | 5 points

Nom : ..... Classe : ..... Date : .....

Exercice 2 - Étudier une fonction : 5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par **$f(x) = -2x^2 + 8x + 10$**. Chaque question vaut **1 point**.

1. Écris f(x) sous forme canonique en détaillant les transformations.

2. Donne les coordonnées du sommet, le maximum de f sur $\mathbb{R}$ et ses variations.

Tableau de variations à construire

3. Résous l’équation $f(x) = 0$.

4. Dresse le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$.

Tableau de signes à construire

5. Résous l’inéquation $f(x) \geq 10$.

Positions relatives de deux courbes

SUJET - SUITE | 12 minutes indicatives | 4 points

Nom : ..... Classe : ..... Date : .....

Exercice 3 - Comparer une parabole et une droite : 4 points

Dans un même repère, on considère la parabole représentant **$p(x) = x^2 + 2x - 3$** et la droite représentant **$d(x) = 3x + 3$**.

Un tracé n'est pas demandé. Les positions relatives doivent être justifiées par le calcul.

1. Calcule $p(x) - d(x)$, puis factorise cette différence. **1 point**.

2. Détermine les coordonnées des points d'intersection des deux courbes. **1 point**.

3. Étudie le signe de $p(x) - d(x)$. Indique où la parabole est strictement au-dessous de la droite, strictement au-dessus et où les deux courbes se rencontrent. **2 points**.

Étude du signe de la différence

Un problème d’optimisation

SUJET - FIN | 15 minutes indicatives + 5 minutes de relecture | 5 points

Nom : ..... Classe : ..... Date : .....

Exercice 4 - Construire un enclos d’aire maximale : 5 points

On veut construire un enclos rectangulaire contre un mur suffisamment long. Le côté situé contre le mur ne reçoit aucune clôture. On dispose de **20 mètres de clôture**, entièrement utilisés pour les trois autres côtés.

Les deux côtés perpendiculaires au mur mesurent chacun x mètres. On note y la longueur, en mètres, du côté parallèle au mur qui reçoit une clôture.

Croquis de la situation

1. Exprime y en fonction de x et précise le domaine possible de x pour obtenir un rectangle dont les dimensions sont strictement positives. **1 point**.

2. Exprime l’aire A(x) de l’enclos, puis écris cette expression sous forme canonique. **1 point**.

3. Détermine l’aire maximale et les dimensions correspondantes. **1 point**.

4. Pour quelles valeurs de x l’aire est-elle au moins égale à 42 m² ? Justifie et tiens compte du domaine. **2 points**.

Bilan après correction : ex. 1 .... / 6 + ex. 2 .... / 5 + ex. 3 .... / 4 + ex. 4 .... / 5 = ... / 20