Calculer puis vérifier

EXERCICES 1 ET 2 | Identifier les coefficients et les deux racines

Exercice 1 - Identifier les coefficients

Les coefficients sont **a = −3, b = 12 et c = 0**. Le terme constant est absent, donc son coefficient est nul.

Δ = 12² − 4 × (−3) × 0 = **144**. On peut aussi remarquer la factorisation f(x) = −3x(x − 4), qui fait apparaître les racines 0 et 4.

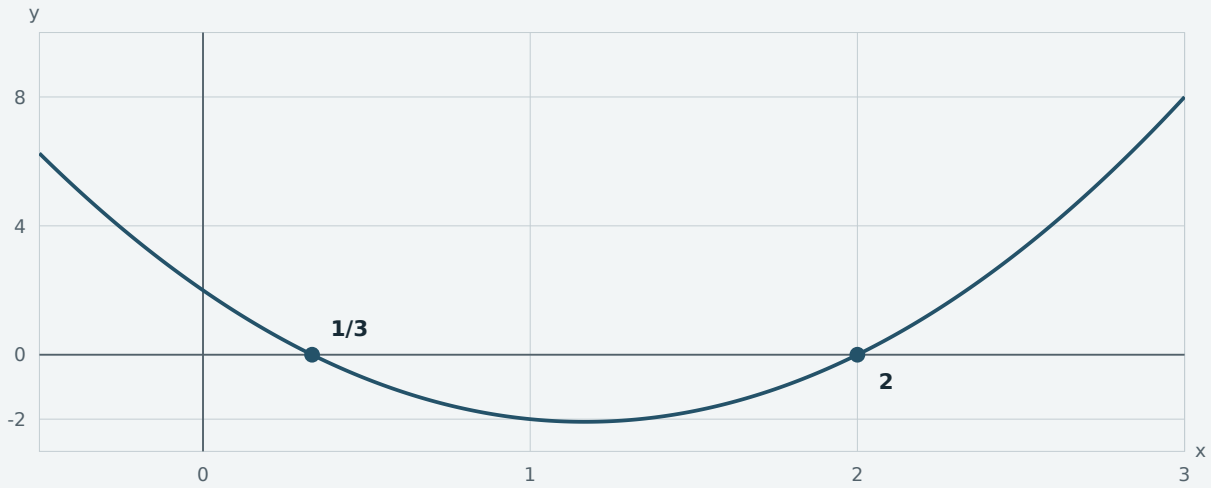
Exercice 2 - Résoudre avec deux racines distinctes

Δ = (−7)² − 4 × 3 × 2 = 49 − 24 = 25.

Les solutions sont (7 − 5) / 6 = 1/3 et (7 + 5) / 6 = 2. Ainsi, **S = {1/3 ; 2}**.

Vérification par factorisation : (3x − 1)(x − 2) = 3x² − 7x + 2.

Ex. 2 : deux intersections avec l'axe des abscisses



Les solutions exactes sont les abscisses 1/3 et 2.

Les signes et les coefficients que je dois vérifier

Comprendre le nombre de racines

EXERCICES 3 ET 4 | Deux situations différentes

Exercice 3 - Reconnaître une racine double

On reconnaît **$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$**. L'équation équivaut à $2x + 3 = 0$, donc **$S = \{-3/2\}$**.

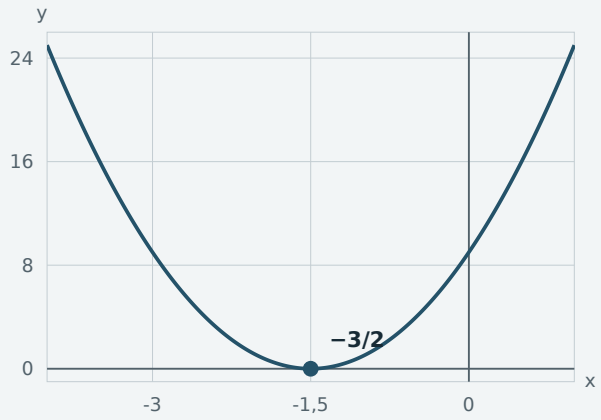
Avec le discriminant : $\Delta = 144 - 144 = 0$. La formule donne $x_0 = -12 / 8 = -3/2$. La forme factorisée peut aussi s'écrire $4(x + 3/2)^2$.

Exercice 4 - Comprendre l'absence de racine

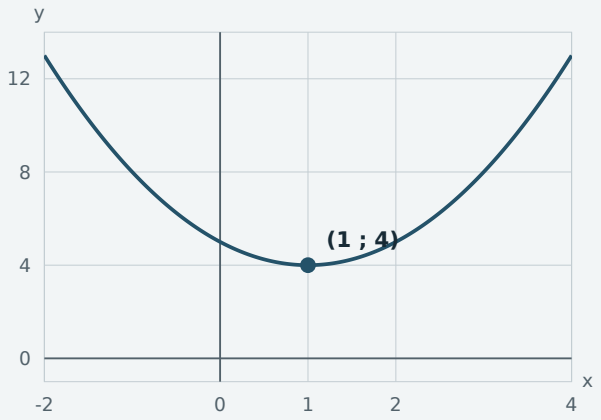
$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16 < 0$: **$S = \varnothing$**.

Comme $a = 1 > 0$, le trinôme est **strictement positif sur** $\mathbb{R}$. On le vérifie avec $x^2 - 2x + 5 = (x - 1)^2 + 4 \geq 4$.

Ex. 3 et 4 : racine double ou absence de racine réelle



$(2x + 3)^2 \geq 0$; $\Delta = 0$.



$(x - 1)^2 + 4 \geq 4$; $\Delta < 0$.

À retenir : une racine double donne un seul nombre solution. Quand $\Delta < 0$, il n'y a aucune racine réelle, mais le trinôme a un signe constant.

Ma vérification avec une forme canonique

Distinguer variations et signe

EXERCICES 5 ET 6 | Lire ce que révèle chaque forme

Exercice 5 - Trouver la forme canonique et le maximum

$g(x) = -2(x^2 - 6x) - 13 = -2[(x - 3)^2 - 9] - 13$.

Donc **$g(x) = -2(x - 3)^2 + 5$**. Puisque $-2(x - 3)^2 \leq 0$, $g(x) \leq 5$, avec égalité pour $x = 3$.

Le maximum est **5, atteint en 3**. La fonction est croissante sur $]-\infty ; 3]$ puis décroissante sur $[3 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
g(x)	$-\infty$ ↗	5	↘ $-\infty$

Exercice 6 - Étudier le signe avec a négatif

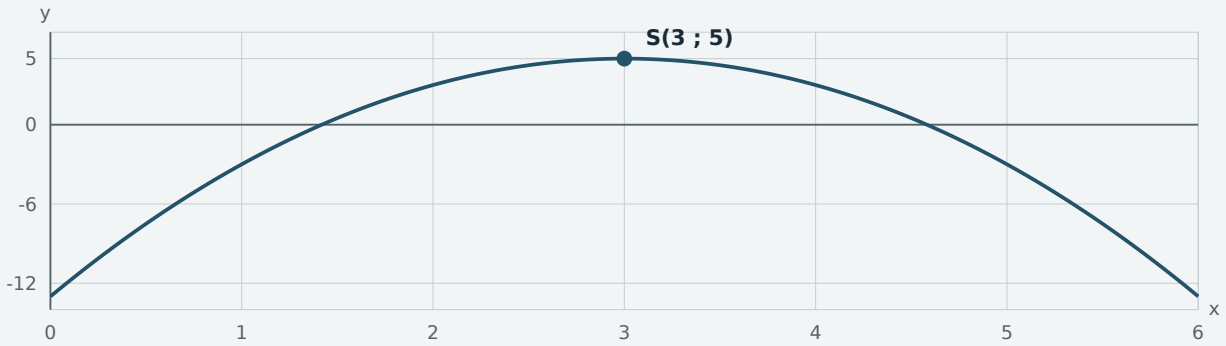
$\Delta = 36 - 4 \times (-2) \times 8 = 100$. Les formules donnent $(-6 - 10) / (-4) = 4$ et $(-6 + 10) / (-4) = -1$.

Après classement, les racines sont -1 et 4. Ainsi, **$h(x) = -2(x + 1)(x - 4)$**.

Le signe est négatif sur $]-\infty ; -1[$ et $]4 ; +\infty[$, positif sur $]-1 ; 4[$, et nul en -1 et 4. Le coefficient a est négatif : le signe extérieur est donc négatif.

x	$]-\infty ; -1[$	-1	$]-1 ; 4[$	4	$]4 ; +\infty[$
h(x)	−	0	+	0	−

Ex. 5 : maximum 5, atteint pour x = 3



Conserver les bonnes solutions

EXERCICES 7 À 9 | Bornes, deux signes et valeurs exactes

Exercice 7 - Écrire les bons intervalles

$x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$. Les racines sont -4 et 3.

Comme $a > 0$, le trinôme est strictement positif à l'extérieur des racines. Donc **$S =]-\infty ; -4[\cup]3 ; +\infty[$**.

Les valeurs -4 et 3 sont exclues parce qu'elles donnent zéro, alors que l'on demande un résultat strictement positif.

Exercice 8 - Choisir une résolution courte

Un réel dont le carré vaut 25 est égal à 5 ou à -5. On résout donc $2x - 3 = 5$ ou $2x - 3 = -5$.

La première équation donne $x = 4$ et la seconde $x = -1$. Ainsi, **$S = \{-1 ; 4\}$**. Il faut conserver les deux possibilités de signe.

Exercice 9 - Garder des solutions exactes

$\Delta = 16 - 4 = 12$ et $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Les racines sont $(4 - 2\sqrt{3}) / 2$ et $(4 + 2\sqrt{3}) / 2$.

Après simplification, **$S = \{2 - \sqrt{3} ; 2 + \sqrt{3}\}$**. On peut vérifier avec $x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$.

Une approximation décimale peut servir de contrôle, mais les expressions avec $\sqrt{3}$ donnent ici les valeurs exactes.

Relecture : vérifie le caractère strict ou large de l'inégalité, les deux possibilités quand un carré vaut un nombre positif, puis la simplification des racines carrées.

Une erreur que je peux maintenant éviter

Interpréter le maximum et le seuil

EXERCICE 10 | Périmètre de 28 m et aire au moins égale à 45 m²

Exercice 10 - Optimiser l'aire d'un rectangle

1. La somme de deux côtés consécutifs vaut 14 m. L'autre côté mesure $14 - x$ mètres. Les deux dimensions doivent être strictement positives : $x \in]0 ; 14[$.

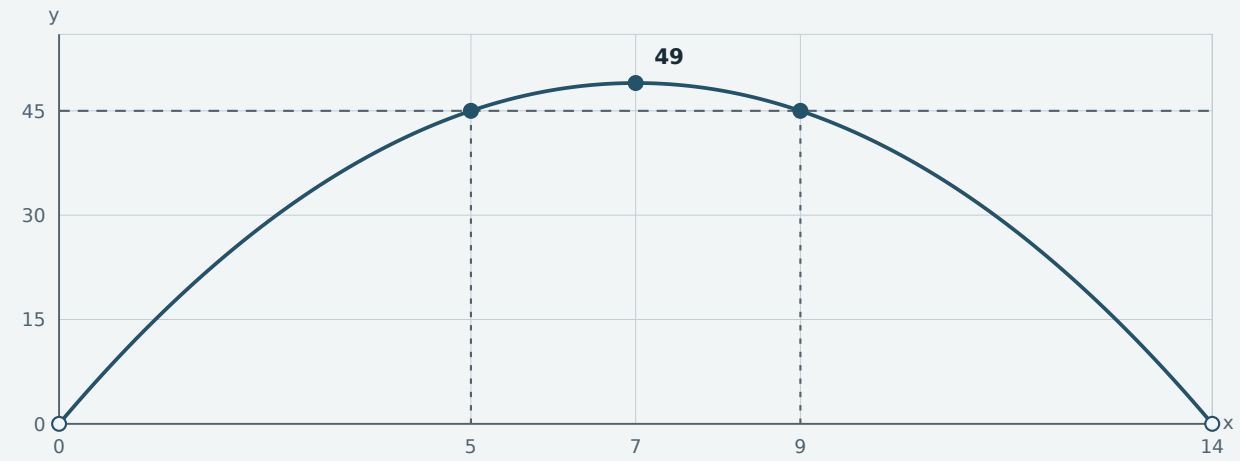
2. $A(x) = x(14 - x) = -x^2 + 14x$, en mètres carrés.

3. $A(x) = -(x - 7)^2 + 49$. L'aire maximale est donc **49 m²**, atteinte pour $x = 7$. Les deux côtés mesurent 7 m : le rectangle est un carré.

4. $A(x) \geq 45$ équivaut à $-x^2 + 14x - 45 \geq 0$. On factorise : $-x^2 + 14x - 45 = -(x - 5)(x - 9)$.

Le coefficient dominant est négatif : l'expression est positive ou nulle entre ses racines, bornes comprises. Ainsi, **$x \in [5 ; 9]$**. Cet intervalle est bien inclus dans $]0 ; 14[$.

Ex. 10 : $A(x) = -x^2 + 14x$ sur $]0 ; 14[$



La courbe atteint ou dépasse 45 lorsque x appartient à [5 ; 9].

Contrôle : pour le carré de côté 7 m, le périmètre vaut $4 \times 7 = 28$ m et l'aire vaut $7^2 = 49$ m². Aux bornes 5 et 9, l'aire vaut exactement 45 m².

Pourquoi les bornes 5 et 9 sont-elles incluses ?