

Identifier le côté à calculer

EXERCICES 1 À 3 | Écrire l'égalité avant de remplacer les longueurs

Exercice 1 - Repérer l'hypoténuse

1. L'hypoténuse est **[AF]** : $AF^2 = AE^2 + EF^2$.
2. L'hypoténuse est **[KM]** : $KM^2 = KL^2 + LM^2$.
3. L'hypoténuse est **[UV]** : $UV^2 = UW^2 + VW^2$.

Dans chaque cas, les lettres qui nomment l'hypoténuse ne contiennent pas le sommet de l'angle droit.

Exercice 2 - Calculer l'hypoténuse

ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169.$$

AC étant une longueur positive, **$AC = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$** . Le résultat est bien supérieur à 5 cm et à 12 cm.

Exercice 3 - Retrouver un côté de l'angle droit

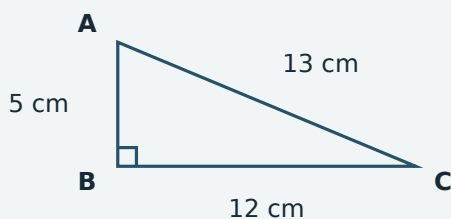
L'hypoténuse est [DF]. Dans DEF rectangle en E, le théorème de Pythagore donne :

$$DF^2 = DE^2 + EF^2.$$

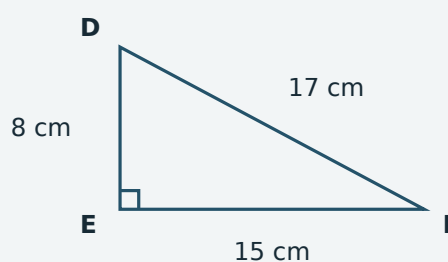
$$EF^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225.$$

Comme EF est positive, **$EF = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$** . Additionner 17^2 et 8^2 aurait donné un côté plus long que l'hypoténuse.

Exercice 2 : trouver AC



Exercice 3 : trouver EF



L'égalité à écrire avant le calcul

Distinguer calcul et démonstration

EXERCICES 4 À 6 | Valeur exacte, réciproque et contraposée

Exercice 4 - Donner une valeur exacte et une valeur approchée

Dans RST rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore :

$$ST^2 = RS^2 + RT^2 = 16 + 49 = 65.$$

1. La valeur exacte est **ST = $\sqrt{65}$ cm**.

2. $\sqrt{65} \approx 8,062257...$ L'arrondi au centième est donc **ST $\approx$ 8,06 cm**.

Le chiffre des millièmes est 2 : le chiffre des centièmes reste 6.

Exercice 5 - Un triangle avec des longueurs décimales

Le plus grand côté est [JK]. On calcule séparément :

$$JK^2 = 12,5^2 = 156,25.$$

$$IJ^2 + IK^2 = 7,5^2 + 10^2 = 56,25 + 100 = 156,25.$$

Les deux résultats sont égaux. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **IJK est rectangle en I**, le sommet opposé à [JK].

Exercice 6 - Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Le plus grand côté est [NP].

$$NP^2 = 11^2 = 121.$$

$$MN^2 + MP^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

$121 \neq 100$. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, **MNP n'est pas rectangle**.

Le théorème utilisé et les conditions nécessaires

Une échelle et une diagonale

EXERCICES 7 ET 8 | Revenir au triangle rectangle du problème

Exercice 7 - Une échelle contre un mur

Le mur et le sol forment un angle droit. L'échelle est l'hypoténuse du triangle. En notant h la hauteur en mètres, le théorème de Pythagore donne :

$$5,2^2 = 2^2 + h^2.$$

$$h^2 = 27,04 - 4 = 23,04.$$

La hauteur étant positive, $h = \sqrt{23,04} = \mathbf{4,8 \text{ m}}$.

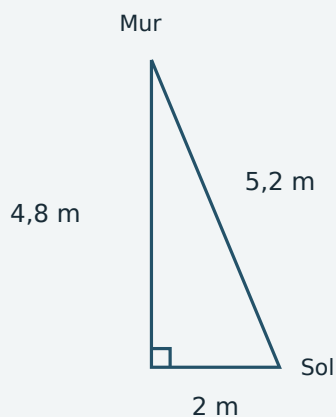
Exercice 8 - Une diagonale avec deux unités

1. $450 \text{ cm} = \mathbf{4,5 \text{ m}}$.

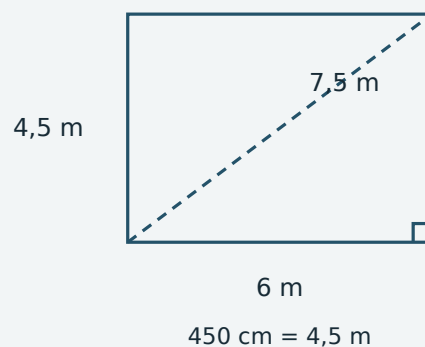
2. La diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles. En notant d sa longueur en mètres, $d^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$. Donc $\mathbf{d = 7,5 \text{ m}}$.

On ne peut pas additionner directement 450^2 et 6^2 ici : les deux mesures doivent d'abord être exprimées dans la même unité.

Exercice 7 : mur, sol et échelle



Exercice 8 : diagonale de la cour



Les unités à vérifier avant de calculer

Du triangle au losange et à l'aire

EXERCICES 9 ET 10 | Repérer les demi-longueurs utiles

Exercice 9 - Retrouver le côté d'un losange

Les demi-diagonales mesurent 5 cm et 12 cm. Elles sont les côtés de l'angle droit d'un triangle dont l'hypoténuse est un côté du losange.

En notant c ce côté en centimètres, le théorème de Pythagore donne $c^2 = 5^2 + 12^2 = 169$.

1. Un côté mesure donc **13 cm**.

2. Les quatre côtés ont la même longueur : le périmètre vaut $4 \times 13 = \mathbf{52 \text{ cm}}$.

Le piège est d'utiliser les diagonales entières au lieu de leurs moitiés.

Exercice 10 - Calculer une hauteur puis une aire

H est le milieu de [BC], donc $BH = 6 \text{ cm}$. Comme [AH] est une hauteur, ABH est rectangle en H.

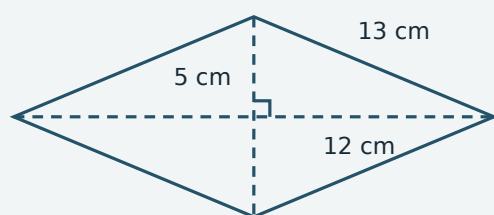
D'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = AH^2 + BH^2$. Ainsi, $AH^2 = 100 - 36 = 64$.

1. **AH = 8 cm**.

2. L'aire de ABC vaut $BC \times AH \div 2 = 12 \times 8 \div 2 = \mathbf{48 \text{ cm}^2}$.

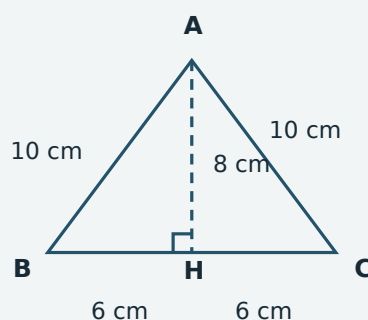
Pythagore fournit ici la hauteur nécessaire à une autre formule. L'aire ne s'exprime pas en centimètres, mais en centimètres carrés.

Exercice 9 : les demi-diagonales



Diagonales : 10 cm et 24 cm

Exercice 10 : hauteur et aire



Deux applications de Pythagore

EXERCICE 11 | La diagonale aide au calcul du contour

Exercice 11 - Deux triangles et une clôture

1. Première application. ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 81 + 144 = 225$. Donc **AC = 15 m**.

2. Seconde application. ACD est rectangle en C. Son hypoténuse est [AD]. Le théorème de Pythagore donne $AD^2 = AC^2 + CD^2 = 225 + 64 = 289$. Donc **AD = 17 m**.

3. Quantité de grillage. Le périmètre vaut $9 + 12 + 8 + 17 = 46$ m. Avec l'ouverture, il faut $46 - 4 = 42$ m de grillage. Quatre rouleaux ne fournissent que 40 m ; il faut donc **5 rouleaux**.

La diagonale sert au calcul des longueurs, mais elle ne s'ajoute pas au périmètre. Le nombre de rouleaux se choisit par excès pour couvrir toute la longueur nécessaire.

Terrain ABCD

Deux triangles rectangles

ABC est rectangle en B.
ACD est rectangle en C.

AC = 15 m
AD = 17 m

Contour : 46 m
Grillage : 42 m
À acheter : 5 rouleaux de 10 m

Les angles droits sont codés sur la figure.

Pourquoi la diagonale ne s'ajoute pas au périmètre

Justifier chaque conclusion

EXERCICE 12 | Vérifier les informations avant de conclure

Exercice 12 - Peut-on vraiment conclure ?

1. **Faux** : $3 + 4 = 7$, ce qui est inférieur à 8. Ces segments ne peuvent pas former un triangle.
2. **Faux** : il fallait comparer le carré du plus grand côté, 10^2 , à $6^2 + 8^2$. Or $100 = 36 + 64$: ce triangle est rectangle d'après la réciproque.
3. **La conclusion n'est pas démontrée** : les longueurs ont été mesurées puis arrondies. L'égalité obtenue avec ces valeurs approchées ne garantit pas l'égalité entre les longueurs exactes.

Avant de choisir un théorème, vérifie toujours la nature des informations disponibles.

Un exemple pour comprendre les arrondis

Considère un triangle dont les longueurs exactes sont 3 cm, 4 cm et 5,04 cm. Il existe bien, car $3 + 4 > 5,04$.

Mesure	1er côté	2e côté	Plus grand côté
Valeur exacte	3 cm	4 cm	5,04 cm
Arrondi au dixième	3,0 cm	4,0 cm	5,0 cm

Avec les valeurs exactes :

$3^2 + 4^2 = 25$, alors que $5,04^2 = 25,4016$. Ce triangle n'est donc pas rectangle.

Les valeurs arrondies donnent pourtant $3,0^2 + 4,0^2 = 5,0^2$. Une égalité entre des mesures arrondies ne constitue pas une preuve pour les longueurs exactes.

Ce qui permet de conclure, et ce qui ne suffit pas
