Reconnaître les issues du modèle

EXERCICES 1 À 3 | Compare tes résultats et tes justifications

Exercice 1 - Décrire un univers et un événement

Ω = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8}, E = {2 ; 4 ; 6 ; 8} et A = {6 ; 7 ; 8}. Le nombre 5 n'appartient pas à A car l'inégalité est stricte.

Les huit cartes sont équiprobables. Ainsi **P(E) = 4/8 = 1/2** et **P(A) = 3/8**.

E ∩ A = {6 ; 8}, donc **P(E ∩ A) = 2/8 = 1/4**. On cherche les cartes qui vérifient les deux propriétés à la fois.

Exercice 2 - Des boules équiprobables, des couleurs différentes

Il y a huit boules : **P(R) = 4/8 = 1/2**, **P(B) = 3/8** et **P(V) = 1/8**.

La somme vaut 4/8 + 3/8 + 1/8 = 8/8 = 1. Les trois couleurs couvrent tous les résultats possibles et une seule couleur est obtenue par tirage.

L'équiprobabilité porte sur les **huit boules**, pas sur les trois couleurs. Une couleur représentée par davantage de boules est plus probable.

Exercice 3 - Compléter une loi de probabilité

La somme des probabilités doit valoir 1. Donc **p = 1 − 0,20 − 0,15 − 0,40 = 0,25**.

F contient les deux issues c et d : **P(F) = 0,40 + 0,25 = 0,65**.

Les probabilités des issues ne sont pas toutes égales. Il n'y a pas équiprobabilité ; le calcul 2/4 pour F serait donc incorrect.

Une erreur à comprendre et la méthode à retenir

Réunion, contraire et deux dés

EXERCICES 4 À 6 | Les issues favorables doivent être bien définies

Exercice 4 - Calculer une intersection et une réunion

A = {2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10}, B = {3 ; 6 ; 9} et A ∩ B = {6}. Donc P(A) = 5/10, P(B) = 3/10 et P(A ∩ B) = 1/10.

Par la formule : P(A ∪ B) = 5/10 + 3/10 − 1/10 = **7/10**.

Par dénombrement : A ∪ B = {2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10}, soit sept issues sur dix. On retrouve 7/10.

A et B ne sont **pas incompatibles**, car l'issue 6 appartient aux deux événements.

Exercice 5 - « Au moins un » et événement contraire

« Au moins une pièce défectueuse » est le contraire de « aucune pièce défectueuse ». La probabilité cherchée vaut donc **1 − 0,84 = 0,16**, soit 16 %.

On ne peut pas déterminer la probabilité d'**exactement une** pièce défectueuse avec cette seule information. Les 16 % regroupent les lots qui en contiennent une, deux, trois, quatre ou cinq, sans préciser leur répartition.

Exercice 6 - Deux dés : choisir les bonnes issues

Une issue est un couple ordonné (résultat rouge ; résultat bleu). Il y a **6 × 6 = 36 couples équiprobables**. Les couples (1 ; 6) et (6 ; 1) sont distincts.

La somme 7 correspond à (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2) et (6 ; 1). Sa probabilité vaut **6/36 = 1/6**.

La somme 2 correspond uniquement à (1 ; 1), donc sa probabilité vaut **1/36**. Les sommes ne sont pas équiprobables. On ne peut pas utiliser les onze sommes possibles comme onze issues de même probabilité.

Vérification : sommes des 36 couples de dés

Rouge / Bleu	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Repérer le groupe de référence

EXERCICES 7 ET 8 | Une même case, deux dénominateurs possibles

Exercice 7 - Compléter un tableau et choisir le dénominateur

La ligne V est **24 ; 8 ; 32**, car 32 − 24 = 8. La ligne V^C est **26 ; 22 ; 48** : 50 − 24 = 26, 80 − 32 = 48 et 48 − 26 = 22. La ligne des totaux est **50 ; 30 ; 80**.

P(V) = 32/80 = **2/5** ; P(C) = 50/80 = **5/8** ; P(V ∩ C) = 24/80 = **3/10**.

$P_V(C)$ = 24/32 = **3/4 = 75 %** : parmi les élèves venant à vélo, 75 % mangent à la cantine.

$P_C(V)$ = 24/50 = **12/25 = 48 %** : parmi les élèves mangeant à la cantine, 48 % viennent à vélo. La case commune reste 24, mais le groupe de référence change.

Tableau complété de l'exercice 7

Déplacement	Cantine C	Pas de cantine C^C	Total
Vélo V	24	8	32
Pas de vélo V^C	26	22	48
Total	50	30	80

Exercice 8 - Inverser un conditionnement : attention aux alertes

$P_D(A)$ = 20/25 = 0,8 : parmi les pièces défectueuses, 80 % déclenchent une alerte.

$P_A(D)$ = 20/50 = 0,4 : parmi les pièces déclenchant une alerte, 40 % sont défectueuses. L'affirmation est fausse : elle inverse les deux conditionnements.

Les **30 pièces non défectueuses qui déclenchent une alerte** sont les faux positifs. Les **5 pièces défectueuses sans alerte** sont les faux négatifs. Les deux erreurs se lisent dans des cases différentes.

Le groupe à prendre comme référence dans chaque question

Avec ou sans remise

EXERCICES 9 ET 10 | Multiplier les poids le long d'un chemin

Exercice 9 - Construire un arbre sans remise

Au premier tirage : rouge **4/6**, bleu **2/6**. Après rouge : rouge **3/5**, bleu **2/5**. Après bleu : rouge **4/5**, bleu **1/5**. À chaque nœud, les deux poids ont une somme égale à 1.

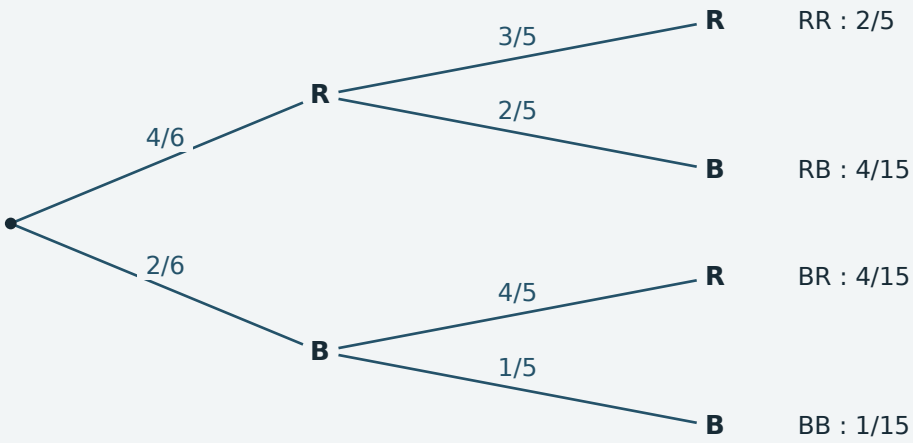
Deux rouges : (4/6) × (3/5) = 12/30 = **2/5**.

Rouge puis bleu : (4/6) × (2/5) = 8/30 = **4/15**.

Deux bleues : (2/6) × (1/5) = 2/30 = **1/15**. Le dénominateur du second tirage vaut 5, car il ne reste que cinq boules.

Deux tirages sans remise : 4 rouges et 2 bleues

R : rouge | B : bleu | Lire un chemin de gauche à droite.



Exercice 10 - Avec remise : comparer et utiliser le contraire

Les poids du second tirage restent 4/6 pour rouge et 2/6 pour bleu, quel que soit le premier résultat.

Deux rouges : (4/6) × (4/6) = **4/9**. Sans remise, on trouvait 2/5. Comme 4/9 = 20/45 et 2/5 = 18/45, deux rouges sont ici plus probables avec remise.

Le contraire d'« au moins une rouge » est « deux bleues ». Sa probabilité vaut (2/6) × (2/6) = 1/9. Donc la probabilité cherchée vaut **1 − 1/9 = 8/9**.

Lire une fréquence observée

EXERCICE 11 | Le résultat d’une simulation peut varier

Programme de l’exercice

```
from random import randint

def frequence_rouge(n):
    rouges = 0
    for i in range(n):
        if randint(1, 5) <= 3:
            rouges += 1
    return rouges / n
```

Exercice 11 - Comprendre une simulation en Python

Les nombres 1, 2 et 3 représentent les trois boules rouges ; 4 et 5 représentent les bleues. La condition est vraie pour **trois valeurs sur cinq**, d’où une probabilité de rouge égale à 3/5 = 0,6.

La fonction compte les rouges, puis divise par le nombre d’essais : elle renvoie une **fréquence observée**, pas nécessairement 0,6.

Avec les résultats supposés, la fréquence vaut **327/500 = 0,654**, soit 65,4 %. Une fréquence différente de 0,6 n’est pas, à elle seule, incompatible avec le modèle : les résultats fluctuent.

Le tirage suivant garde une probabilité de rouge égale à **3/5**. Les tirages sont modélisés comme indépendants et l’urne retrouve sa composition après chaque remise. Il n’y a pas de compensation obligatoire après une série.

Ce que je retiens sur la fréquence et le tirage suivant

Correction et barème sur 20

EXERCICE 12 | Quatre parties, chacune sur 5 points

Exercice 12 - Mini-contrôle de probabilités sur 20

1. Tableau - 5 points. La case $S \cap T^C$ vaut $30 - 18 = \mathbf{12}$. La case $S^C \cap T$ vaut $24 - 18 = \mathbf{6}$. Le total de S^C vaut $60 - 30 = \mathbf{30}$. La case $S^C \cap T^C$ vaut $30 - 6 = \mathbf{24}$. On vérifie, par exemple, $12 + 24 = 36$ dans la colonne T^C. Barème : 1 point par case et 1 point pour une vérification correcte.

2. Événements - 5 points. $P(S) = 30/60 = \mathbf{1/2}$; $P(T) = 24/60 = \mathbf{2/5}$; $P(S \cap T) = 18/60 = \mathbf{3/10}$. Enfin $P(S \cup T) = 1/2 + 2/5 - 3/10 = \mathbf{3/5}$. Barème : 1 point pour chacune des trois premières probabilités, 2 points pour la réunion avec sa méthode.

3. Conditionnement - 5 points. $P_S(T) = 18/30 = \mathbf{3/5}$: parmi les sportifs, 60 % font du théâtre. $P_T(S) = 18/24 = \mathbf{3/4}$: parmi les élèves faisant du théâtre, 75 % pratiquent un sport. Le groupe de référence n'est pas le même. Barème : 2 points par calcul et 1 point pour l'explication.

4. Contraire et chemin - 5 points. Ne pratiquer aucune des deux activités correspond au contraire de $S \cup T$. La probabilité vaut $\mathbf{1 - 3/5 = 2/5}$, ce que confirme la case 24/60. Barème : 2 points avec la méthode.

Parmi les 30 sportifs, 12 ne font pas de théâtre : $P_S(T^C) = 12/30 = 2/5$. Donc $P(S \cap T^C) = P(S) \times P_S(T^C) = (1/2) \times (2/5) = \mathbf{1/5}$. Barème : 1 point pour la probabilité conditionnelle, 1 pour le produit et 1 pour le résultat. Total : **20 points**.

Tableau complété du mini-contrôle

Sport	Théâtre T	Pas de théâtre T^C	Total
Sport S	18	12	30
Pas de sport S^C	6	24	30
Total	24	36	60

Mon résultat : .... / 5 + ... / 5 + ... / 5 + ... / 5 = ... / 20