

Calcul littéral et équations

CORRIGÉS DES EXERCICES A1 ET A2

Compare les étapes de ton raisonnement, puis refais une question sans le modèle. Les contrôles proposent chacun un barème d'autoévaluation sur 20.

A1 - Développer, réduire et calculer

1. On distribue chaque facteur à toute sa parenthèse : $A = 6x - 15 - 2x - 2$. En regroupant les termes de même nature, on obtient **$A = 4x - 17$** .
2. La double distributivité donne $B = 2x^2 - 3x + 8x - 12$, donc **$B = 2x^2 + 5x - 12$** . Le terme $2x^2$ ne s'additionne pas avec $5x$: les puissances de x sont différentes.
3. Pour $x = -2$, la forme réduite de A donne $4 \times (-2) - 17 = -8 - 17 = -25$. Les parenthèses autour de -2 rendent la substitution plus lisible.

À vérifier sur ta copie : $-2(x + 1)$ devient $-2x - 2$. Une erreur de signe à cet endroit modifie tout le résultat.

A2 - Factoriser et résoudre

1. Les deux termes de C contiennent le facteur $5x$: **$C = 5x(x - 3)$** . Pour vérifier, développe ce produit : tu retrouves $5x^2 - 15x$.
2. L'équation devient $5x(x - 3) = 0$. Un produit est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul : $5x = 0$ ou $x - 3 = 0$. Les solutions sont donc **$x = 0$ ou $x = 3$** .
3. On développe : $8x - 4 = 3x + 11$. On soustrait $3x$ aux deux membres, puis on ajoute 4 : $5x = 15$. On divise par 5 : **$x = 3$** . Vérification : le membre de gauche vaut $4 \times (6 - 1) = 20$ et le membre de droite vaut $3 \times 3 + 11 = 20$.

Erreur à éviter : diviser directement $5x(x - 3) = 0$ par x ferait perdre la solution $x = 0$. Ici, on utilise le produit nul.

Pour progresser

Note la première étape incorrecte et la règle à reprendre. Vérifie ensuite ta solution dans l'expression ou dans l'équation de départ.

Mon point à retravailler

Calcul littéral et équations

CORRIGÉ DU CONTRÔLE A | Barème proposé : 6 + 6 + 8 = 20 points

Exercice 1 - 6 points

1. $D = (x - 3)(2x + 5) = 2x^2 + 5x - 6x - 15$, donc **$D = 2x^2 - x - 15$** . 3 points : 2 pour la double distributivité, 1 pour la réduction.
2. Pour $x = 2$, la forme factorisée donne $D = (2 - 3)(4 + 5) = (-1) \times 9 = -9$. La forme développée donne le même résultat. 1 point.
3. Le produit est nul si $x - 3 = 0$ ou $2x + 5 = 0$. Les solutions sont **$x = 3$ ou $x = -5/2$** , soit -2,5 pour la seconde. 2 points : 1 par solution correctement obtenue.

Exercice 2 - 6 points

1. **$E = 3x(2x - 3)$** . 2 points : 1 pour le facteur commun $3x$, 1 pour la parenthèse correcte.
2. $3x(2x - 3) = 0$ donne $3x = 0$ ou $2x - 3 = 0$. Ainsi, **$x = 0$ ou $x = 3/2$** . 2 points : 1 par solution.
3. $5x - 7 = 2x + 8$ donne $3x = 15$, puis **$x = 5$** . En remplaçant x par 5, les deux membres valent 18. 2 points : 1 pour les transformations de l'équation, 1 pour la solution.

Exercice 3 - 8 points

1. Le périmètre est $P = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$. Donc $P = 2[(2x + 3) + (x + 1)] = 2(3x + 4)$, soit **$P = 6x + 8$** , en centimètres. 2 points : 1 pour la formule, 1 pour l'expression réduite.
2. On résout $6x + 8 = 50$. Cela donne $6x = 42$, puis **$x = 7$** . Cette valeur est positive, comme demandé dans l'énoncé. 3 points : 1 pour la mise en équation, 1 pour la transformation, 1 pour la solution.
3. La longueur vaut $2 \times 7 + 3 = \mathbf{17 \text{ cm}}$ et la largeur vaut $7 + 1 = \mathbf{8 \text{ cm}}$. On vérifie que $2 \times (17 + 8) = 50 \text{ cm}$. 1 point : 0,5 par dimension.
4. L'aire vaut longueur $\times$ largeur $= 17 \times 8 = \mathbf{136 \text{ cm}^2}$. 2 points : 1 pour le produit des dimensions, 1 pour le résultat avec l'unité d'aire.

Total : 6 + 6 + 8 = 20 points. Si les mises en équation te posent problème, commence par écrire en mots la relation entre les grandeurs avant d'introduire les expressions en x .

Théorème de Thalès

CORRIGÉS DES EXERCICES T1 ET T2

T1 - Calculer deux longueurs

1. A, M, B sont alignés ; A, N, C sont alignés ; (MN) est parallèle à (BC). Le théorème de Thalès donne **$AM/AB = AN/AC = MN/BC$** , soit $4/10 = 3/AC = MN/7,5$.
2. Avec $4/10 = 3/AC$, le produit en croix donne $4 \times AC = 30$. Ainsi, **$AC = 30/4 = 7,5 \text{ cm}$** .
3. Avec $MN/7,5 = 4/10$, on obtient $MN = 7,5 \times 4/10 = 3 \text{ cm}$.

Contrôle de cohérence : $AM/AB = 0,4$. Le triangle AMN est une réduction du triangle ABC : AN est plus petit que AC et MN est plus petit que BC.

T2 - La configuration papillon

1. Les alignements passent par O et les droites (AC) et (BD) sont parallèles. Le théorème de Thalès s'applique aux triangles OAC et OBD : **$OA/OB = OC/OD = AC/BD$** . On utilise ici des longueurs positives, même si les points se trouvent de part et d'autre de O.
2. $3/5 = 4/OD$ donne $3 \times OD = 20$, donc **$OD = 20/3 \text{ cm}$** . Cette fraction est la valeur exacte demandée.
3. $3/5 = 6/BD$ donne $3 \times BD = 30$, donc **$BD = 10 \text{ cm}$** .

À retenir : repère les côtés correspondants avant de remplacer par les nombres. OA correspond à OB, OC à OD et AC à BD.

Trois réflexes

Repère les alignements, identifie les côtés correspondants et précise l'information de parallélisme avant de calculer.

Mon point à retravailler

Théorème de Thalès

CORRIGÉ DU CONTRÔLE T | Barème proposé : 8 + 6 + 6 = 20 points

Exercice 1 - 8 points

1. A, M, B sont alignés et A, N, C sont alignés. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, **$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$** , soit $\frac{3}{5} = \frac{AN}{8} = \frac{MN}{7}$. 3 points : 2 pour les conditions, 1 pour les rapports corrects.
2. $\frac{AN}{8} = \frac{3}{5}$, donc $AN = 8 \times \frac{3}{5} = \frac{24}{5} = \mathbf{4,8 \text{ cm}}$. 2 points : 1 pour la relation utilisée, 1 pour le résultat avec l'unité.
3. $\frac{MN}{7} = \frac{3}{5}$, donc $MN = 7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5} = \mathbf{4,2 \text{ cm}}$. 2 points : 1 pour la relation utilisée, 1 pour le résultat avec l'unité.
4. N appartient à [AC], donc $NC = AC - AN = 8 - 4,8 = \mathbf{3,2 \text{ cm}}$. 1 point.

Exercice 2 - 6 points

1. $\frac{DI}{DE} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{45}{75} = \mathbf{\frac{3}{5}}$. De même, $\frac{DJ}{DF} = \frac{6}{10} = \mathbf{\frac{3}{5}}$. Les rapports sont égaux. 2 points : 1 par rapport.
2. Les points D, I, E sont alignés dans cet ordre, comme D, J, F. Les deux rapports $\frac{DI}{DE}$ et $\frac{DJ}{DF}$ sont égaux. **D'après la réciproque du théorème de Thalès, (IJ) et (EF) sont parallèles.** 4 points : 2 pour les alignements et l'ordre, 1 pour l'application de la réciproque, 1 pour la conclusion.

Exercice 3 - 6 points

1. $\frac{RU}{RS} = \frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ et $\frac{RV}{RT} = \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$. Comme $21 \neq 20$, **les rapports ne sont pas égaux**. On peut aussi comparer les produits croisés : $3 \times 7 = 21$ et $4 \times 5 = 20$. 2 points : 1 pour les rapports, 1 pour la comparaison exacte.
2. Si (UV) et (ST) étaient parallèles, les alignements permettraient d'appliquer le théorème de Thalès et les rapports $\frac{RU}{RS}$ et $\frac{RV}{RT}$ seraient égaux. Or ils sont différents. **Les droites (UV) et (ST) ne sont donc pas parallèles ; l'affirmation de l'élève est fausse.** C'est un raisonnement par contraposée. 4 points : 2 pour la relation qu'impliquerait le parallélisme, 1 pour la contradiction avec les rapports, 1 pour la conclusion.

Total : 8 + 6 + 6 = 20 points. Le théorème calcule des longueurs lorsque le parallélisme est connu. Sa réciproque permet de démontrer le parallélisme lorsque les conditions d'alignement et l'égalité des rapports sont vérifiées.

Fonctions

CORRIGÉS DES EXERCICES F1 ET F2

F1 - Lire un tableau de valeurs

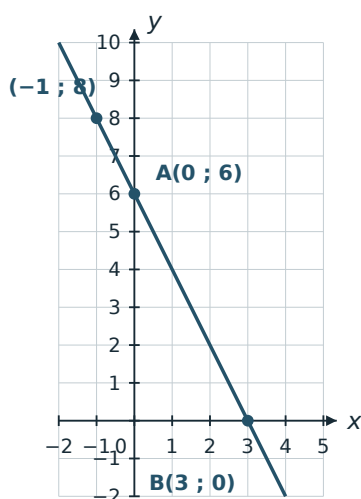
1. On repère -1 dans la ligne des valeurs de x , puis on lit la valeur placée en dessous : **$f(-1) = 2$** . L'image de -1 est donc 2.
2. On cherche 2 dans la ligne de $f(x)$, puis on remonte aux nombres de départ. Les antécédents de 2 qui figurent dans le tableau sont **-1 et 1** .
3. **Non**. Le tableau donne $f(-2) = 5$ et $f(2) = 5$, mais il ne décrit pas les valeurs de f pour tous les autres nombres. Il permet d'identifier deux antécédents de 5, sans prouver qu'il n'en existe pas d'autres.

Erreur à éviter : lire une liste d'antécédents dans un tableau ne garantit pas que cette liste est complète sur tout le domaine de définition.

F2 - Calculer et représenter une fonction affine

1. On remplace x par -1 : $g(-1) = -2 \times (-1) + 6 = 2 + 6 = 8$.
2. Chercher un antécédent de 10 revient à résoudre $g(x) = 10$. Ainsi, $-2x + 6 = 10$, puis $-2x = 4$ et **$x = -2$** . Vérification : $g(-2) = 4 + 6 = 10$. Cette équation admet une seule solution.
3. $g(0) = 6$ et $g(3) = -6 + 6 = 0$. La fonction g est affine : sa représentation graphique est une droite. Place les points **$A(0 ; 6)$** et **$B(3 ; 0)$** , puis trace la droite (AB), en la prolongeant de chaque côté. A se trouve sur l'axe des ordonnées et B sur l'axe des abscisses.

Pour vérifier ton tracé : le point de coordonnées $(-1 ; 8)$, obtenu à la première question, doit appartenir à la même droite.



Le tracé attendu

La droite représente $g(x) = -2x + 6$. Elle passe par A(0 ; 6), B(3 ; 0) et le point $(-1 ; 8)$.

Le segment visible est une partie de la droite : celle-ci se prolonge au-delà du repère.

Fonctions

CORRIGÉ DU CONTRÔLE F | Barème proposé : 6 + 6 + 8 = 20 points

Exercice 1 - 6 points

1. $h(2) = 3 \times 2 - 4 = 2$. 2 points : 1 pour la substitution, 1 pour le résultat.
2. On résout $h(x) = 11$, soit $3x - 4 = 11$. On obtient $3x = 15$, donc $x = 5$. 2 points : 1 pour l'équation, 1 pour sa résolution.
3. **h est affine** car son expression est de la forme $ax + b$, avec $a = 3$ et $b = -4$. **Elle n'est pas linéaire** : le terme constant n'est pas nul ; en particulier, $h(0) = -4$. 2 points : 1 pour chaque identification justifiée.

Exercice 2 - 6 points

1. Dans la colonne où $x = 2$, on lit **$k(2) = -4$** . L'image de 2 est -4 . 2 points.
2. Le tableau donne $k(-3) = 6$. Donc **-3 est un antécédent de 6**. Il n'est pas nécessaire d'affirmer qu'il est unique pour répondre à la question. 2 points.
3. **Non, on ne peut pas conclure avec certitude**. Les valeurs affichées sont compatibles avec la formule $k(x) = -2x$, mais l'énoncé n'indique pas que k est linéaire. D'autres fonctions peuvent avoir les mêmes valeurs dans ces cinq colonnes et une valeur différente pour $x = 1$. 2 points : 1 pour la réponse, 1 pour l'explication de l'information manquante.

Exercice 3 - 8 points

1. **$A(x) = 4x$ et $B(x) = 6 + 2x$** . Les 6 € du tarif B sont payés une seule fois et ne sont pas multipliés par le nombre d'heures. 2 points : 1 par expression.
2. Pour 2 heures, $A(2) = 4 \times 2 = 8$ € et $B(2) = 6 + 2 \times 2 = 10$ €. **Le tarif A est le moins cher**. 2 points : 1 pour les deux calculs, 1 pour la comparaison.
3. On résout $4x = 6 + 2x$. Cela donne $2x = 6$, donc **$x = 3$ heures**. Le prix commun est $A(3) = 4 \times 3 = 12$ €, égal à $B(3) = 6 + 2 \times 3$. 3 points : 2 pour la mise en équation et sa résolution, 1 pour le prix commun.
4. **Non, le tarif B n'est pas proportionnel à la durée**. Par exemple, 1 heure coûte 8 € et 2 heures coûtent 10 € : doubler la durée ne double pas le prix. Les frais fixes expliquent cette différence. 1 point pour une justification correcte.

Total : 6 + 6 + 8 = 20 points. Pour une image, remplace x par le nombre donné. Pour un antécédent, écris une équation. Pour un problème, précise ce que représentent x et le résultat de la fonction.